

Un inconnu célèbre

PIERRE BÉZIER

Dans l'arsenal des méthodes de représentation mathématiques d'une courbe, il en est une qui a largement gagné la faveur des informaticiens du monde entier : la courbe de Bézier. Ce soudain succès public est étroitement lié à la réussite de Postscript et d'Illustrator, créés par la société américaine Adobe.

L'auteur de cette méthode s'appelle Pierre Bézier. Ancien ingénieur français de la Régie Renault, il l'a définie dans le courant des années soixante pour des applications liées à la CAO (Conception assistée par ordinateur).

Dès le départ, ses préoccupations étaient d'offrir au dessinateur un moyen de création simple et puissant pour mieux créer des formes et pour faciliter la commande de machines numériques. Cette volonté l'avait amené à imaginer une formulation mathématique originale, reconnue internationalement, et dont l'importance économique est aujourd'hui devenue considérable.

Nous avons recueilli le témoignage de cet homme de soixante-dix-huit ans, toujours très actif, qui est, sans aucun doute, l'un des inconnus les plus célèbres de l'informatique.

JUSQU'AU DÉBUT DES ANNÉES soixante, mon activité, au sein de la Régie Renault, était entièrement tournée vers la mécanique. À l'époque, on ne savait travailler de façon précise que des surfaces simples. Plans, cylindres, sphères étaient décrits par leurs caractéristiques géométriques. Ces objets possédaient une cote, une tolérance et une dispersion ; ils étaient parfaitement connus. Une deuxième catégorie d'objets, au contraire, avaient une forme mal définie, qualifiée de forme expérimentale. Une hélice d'avion, une coque de bateau et, bien sûr, une carrosserie de voiture possédaient ainsi une forme déterminée expérimentalement, sans qu'elle puisse être décrite par une formule mathématique.

Pour fabriquer cette pièce, il fallait donc une cascade d'opérations : la première ébauche était suivie d'une maquette mise au net qui servait de gabarit pour tracer un plan. Il fallait ensuite réaliser un modèle pour obtenir des moules ajustés à la main. À chaque étape, la dispersion était inévitable du fait de la part laissée à l'interprétation de l'opérateur. Il n'était pas rare qu'à une étape de la chaîne, quelqu'un se dise : "Si j'arrange ça un peu comme cela, ce sera plus facile à emboutir ou à souder". On faisait de nouvelles retouches. D'un bout à l'autre de cette suite d'opérations, il n'existait aucune référence indiscutable : c'était le règne de l'imprécision. Cela avait quelque chose de choquant pour le mé-

canicien que j'étais, habitué à disposer d'une cote affectée d'une tolérance. Cette imprécision était d'ailleurs d'autant plus gênante que l'emboutissage se faisait à Billancourt et la soudure à Flins ou à Sandouville, voire en Espagne ou en Argentine !

J'étais alors directeur des Méthodes mécaniques, chargé du bureau d'études des machines spéciales (machines transfert). Déchargé de ce poste à la suite de quelques divergences avec ma Direction, qui préférait sans doute y placer quelqu'un plus conforme à ses vœux, je me suis retrouvé dans une semi-liberté puisqu'elle n'avait pas osé me mettre à la porte. J'ai alors commencé à m'intéresser à ces questions d'imprécision qui entraînaient des difficultés de toute sorte lors de la création d'une carrosserie. Chacun s'en accommodait tant bien que mal. Les embêtements de même que les retards étaient considérés comme inévitables.

Traiter les courbes gauches

Mais un nouvel élément est intervenu et a contribué à modifier les données du problème : le développement des machines à commande numérique. Renault ne s'y est mis qu'après 1960. Au début, ces machines étaient programmées de façon relativement simple. Il fallait les alimenter avec des nombres, ce que l'on savait faire pour des déplacements élémentaires comme des droites,

des arcs de cercle, à la rigueur pour des ellipses. Mais il n'était pas question de programmer des courbes quelconques tracées à la main, faute d'une définition numérique de ces dernières. Quand les machines sont devenues exploitables, cette définition est devenue une préoccupation lancinante.

Je n'ai pas voulu travailler sur des volumes que l'on juxtapose et dont on définit ensuite les intersections, comme l'ont fait certains. J'étais usineur et pour moi, un volume n'existe que parce qu'il est limité par deux surfaces préalablement usinées. On retrouve toujours cette dualité : certains privilégient un raisonnement basé sur des volumes et d'autres sur des surfaces. En outre, il fallait un système qui puisse traiter des courbes gauches. Car toutes les lignes caractéristiques d'une voiture (l'entourage d'une portière, l'ouverture d'une calandre...) sont des courbes gauches (*).

Ces considérations m'ont conduit à définir, de ma propre initiative, un cahier des charges pour le système que je me chargeais de concevoir. Dans cette liste de conditions, figurait en bonne place la nécessité d'obtenir une réponse rapide entre le dessin et la création de la surface. Le projeteur met au net une forme faite à la main ; le créateur, lui, procède toujours par retouches. Pour être compétitif

(* Une courbe gauche est une courbe qui n'est pas contenue dans un plan.



Chez Renault, Pierre Bézier a eu toute latitude pour mettre au point son outil de représentation numérique de courbes.

par rapport à la technique existante, nous devions pouvoir offrir un gain de rapidité notable. Mon ambition était de parvenir à dessiner puis à faire réaliser la pièce immédiatement pour la machine et à recommencer si quelque chose n'allait pas.

Enfin, le système devait être facilement assimilable par des techniciens auxquels il était exclu de demander d'apprendre les mathématiques. Il leur fallait une méthode de travail instinctive, aisément compréhensible. Mon objectif était donc, en suivant ce cahier des charges, d'avoir la possibilité de donner une définition numérique d'une courbe tracée à la main afin de fournir à la commande numé-

rique les chiffres dont elle avait besoin. Il s'agit bien d'une définition numérique de la courbe : la finalité est de transmettre des nombres qui nourriront un ordinateur, lequel pilote, par exemple, la fraiseuse.

L'idée de départ repose sur l'exemple suivant : prenez un cadre sur lequel vous tendez des ficelles parallèles et équidistantes. Sur chacune d'elles, vous placez une perle de façon à définir un quart de cercle. Si vous déformez le cadre, les perles vont définir un quart d'ellipse. Les côtés du cadre sont extensibles et vous pourrez avoir des ellipses petites ou grandes. Les coordonnées des trois angles du cadre sont suffisantes pour tracer l'arc d'el-

lipse. Le concept est d'analyser comment évolue cette courbe quand on passe d'un référentiel cartésien et orthonormé à un référentiel oblique en appliquant une transformation linéaire. Deux choses me paraissaient indispensables. Tout d'abord, que l'ordinateur soit à côté de la machine. Cela n'était pas exactement dans les mœurs des années soixante. À l'époque, la théorie était d'installer un ordinateur gigantesque le plus près possible du bureau du P-d.g. Cette machine était chargée en priorité de la facturation, du personnel, de l'administration, de la gestion... Après seulement, les techniciens et les scientifiques pouvaient en disposer !

Nous avions donc fait acheter - d'occasion ! - un ordinateur qui disposait royalement de 8 Ko de mémoire. En 1966, cela faisait déjà six ans que je pouvais ma Direction générale. Elle avait fini par financer le projet à hauteur de 20 %, Thomson ayant investi 30 % et la DGRST (Direction générale de la recherche scientifique et technique) le reste. Une fois l'ordinateur acheté, le programme a été écrit avec l'aide de la CII. L'autre nécessité était de posséder une machine à dessiner dans l'espace. Il s'agissait d'une fraiseuse qui pouvait donner très rapidement, taillée dans un bloc de polystyrène, une forme que l'on puisse apprécier et toucher.

La création du prototype n'était pas simple. Je ne voulais pas d'une machine équipée de moteurs pas à pas, fonctionnant avec des trains d'impulsions. Ce principe convenait à la rigueur pour une machine à dessiner, quand une impulsion parasite n'avait pour

conséquence qu'une erreur de tracé. Cela devenait beaucoup moins admissible pour une machine à commandes numériques pilotant une fraiseuse, quand l'usinage final d'une pièce prenait parfois plusieurs jours ! Il fallait donc une machine équipée de servocommandes et de capteurs codés, et fonctionnant en boucle (alors que les moteurs pas à pas fonctionnaient en chaîne ouverte). Là encore, on allait complètement à l'envers des conceptions des principaux fabricants de machines à commandes numériques de l'époque, comme par exemple Konsberg.

Une liberté de pensée

Nous avons donc dû définir complètement le prototype. Une fois ceci terminé, nous avons recontacté la société Konsberg pour qu'elle suive nos principes. Notre prototype fonctionnait à la vitesse de 35 mm à la se-

conde, ce qui, à l'époque, était merveilleux. On a utilisé les prototypes pendant deux ans, à partir d'avril 1968, pour étudier les réactions des services concernés. Les dessinateurs ont très bien réagi. Les cadres ont eu une attitude plus prudente. En 1970, il a été décidé que le principe était bon. De nouvelles machines ont été commandées chez Konsberg.

En parallèle, Peugeot - avec lequel Renault avait signé un accord de coopération technique - suivait la même évolution en se basant sur mes travaux. Par contre, chez Citroën, une recherche assez semblable à la mienne avait été menée dès 1958 par un mathématicien, Paul de Casteljaou. Mais elle n'avait pas été rendue publique.

Il faut rappeler que dans l'esprit Citroën, la règle veut que les problèmes soient strictement cloisonnés : Paul de Casteljaou devait trouver une définition numérique d'une courbe, une fois que celle-ci avait été tracée

LE FONDEMENT DE LA THÉORIE

S I L'ON VEUT COMPRENDRE SUR quoi repose la définition numérique proposée par Pierre Bézier, inutile d'aligner des rangées d'équations : il nous l'explique lui-même à l'aide d'une matérialisation simple. Prenez un cube. Il est défini par trois axes orthogonaux (Ox , Oy et Oz) et il possède une unité de longueur. Ce peut être le centimètre, le mètre, peu importe. À l'intérieur de ce cube, vous tracez une courbe, qui part du point $(0,0,0)$ et qui va au point $(1,1,1)$. Cette courbe est l'intersection de deux cylindres, comme je l'indique sur ce croquis (figure 1). Ensuite, on déforme le cube. En mathématiques, cela se nomme une transformation linéaire. On obtient un parallélépipède quelconque avec des longueurs et des angles quelconques. Mais naturellement, signe particulier, les côtés sont égaux quatre par quatre, et parallèles quatre par quatre. Nous retrouvons ici les axes Ox , Oy et Oz . La courbe que nous avons tout à l'heure s'est transformée. Elle part toujours du point $(0,0,0)$ pour arriver au point $(1,1,1)$ et elle est tangente à ses extrémités à ces deux vecteurs. Pour compléter, elle est osculatrice (*) au plan (xOy) et au plan (yAz) . Cela suffit pour donner les douze conditions qui définissent mathématiquement trois fonctions du troisième degré. Cette courbe est donc parfaitement identifiée par la connaissance de trois vecteurs, le nouveau repère issu de la transformation linéaire.

On donnera de préférence au dessinateur les trois vecteurs mis bout à bout (plutôt qu'un parallélépipède Ox , Oy et Oz) et on lui demandera de tracer ce polygone. Parce que le polygone ressemble à la courbe ! Si le polygone est comme ceci, on peut imaginer que la courbe ressemble à cela et ainsi de suite (voir figure 2).

(*) Le plan osculateur à une courbe est celui qui contient le cercle de son rayon de courbure.

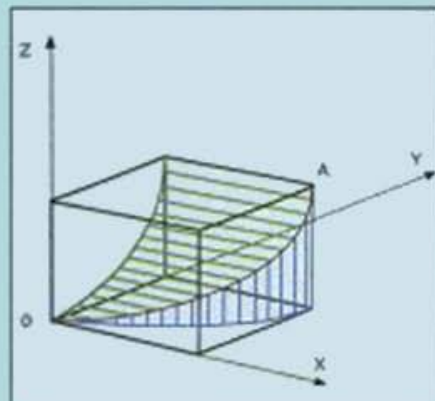


Figure 1 : Le cube de départ est dessiné dans un repère orthonormé.

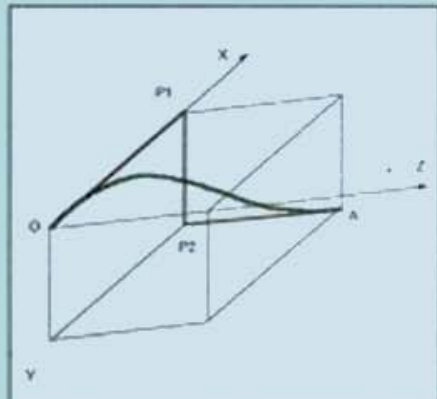


Figure 2 : Après transformation le référentiel est devenu quelconque.

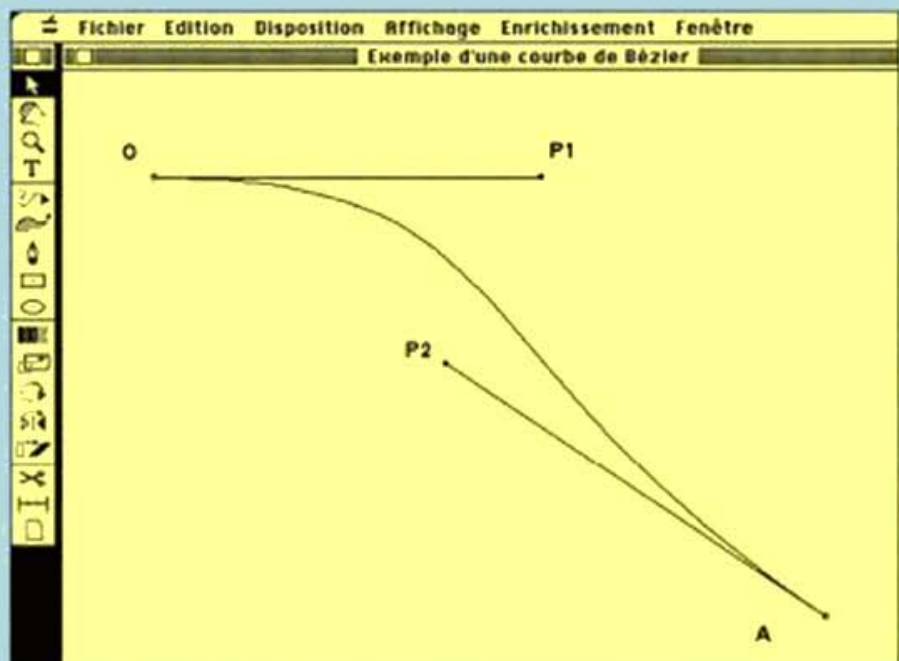


Figure 3 : Une courbe de Bézier typique, tracée dans Illustrator, est entièrement déterminée par les positions des points O, P1, P2 et A.

par le bureau d'études, afin de pouvoir la transmettre à l'atelier. Les conditions de notre cahier des charges n'étaient pas les mêmes : il s'agissait de concevoir un outil accessible à un styliste mais qui reste utilisable lors de toutes les étapes successives jusqu'à la fabrication. Bien qu'ayant créé, comme moi, des polygones, il avait défini ses points de contrôle comme des pôles. Les gens comprenaient mal. Son problème venait du fait qu'on lui avait dit : « Vous commencez ici, à la sortie du bureau d'études ; vous arrêtez là, à l'entrée de l'atelier. Et n'allez pas y voir plus loin ». Il était tenu dans un cadre très serré alors que moi, finalement, on me considérait à la Règle comme un abruti complet. Et l'on me laissait à peu près libre de mes actes : « tant qu'il ne mord pas les gens... »

À ce propos, durant des années, quand je présentais mes travaux à la Règle Renault ou ailleurs, j'invoquais les recherches d'un pro-

fesseur mythique que j'avais appelé Durant. Je lui avais attribué les résultats de mes propres réflexions, ce qui donnait confiance aux gens. Parce que si j'avais dit qu'il s'agissait de polynômes définis par moi-même, je crois que je serais devenu une abomination pour la maison ! Alors je parlais des fonctions



CASSAGNE / MÉRISSEY

Pour tracer une courbe de forme plus compliquée, inutile d'expliquer au dessinateur qu'il faut étendre le principe à un espace à n dimensions : il suffit de lui donner un polygone composé de davantage de côtés. En fait, (voir figure 3) cela équivaut à rajouter une (ou plusieurs) nouvelle dimension au cube. On trace une nouvelle direction qui ne sera plus orthogonale, bien entendu, dans notre monde à trois dimensions - comme par exemple les angles formés par ces trois axes ne sont pas droits, dans ce dessin à deux dimensions où je représente

polygone, de la même manière que les courbes de départ et d'arrivée. En traçant chaque polygone, on obtient un réseau de points qui suffit à déterminer une surface. La position de ces points, fournie à l'ordinateur qui commande une fraiseuse, lui permet de tailler la pièce immédiatement, et ce en s'af-

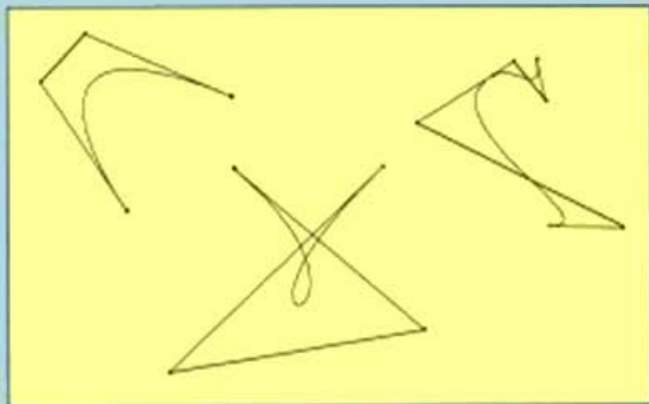


Figure 4 : le polygone de Bézier ressemble à la courbe qu'il détermine comme ces courbes de degré 3 et 6.

franchissant des distances et surtout des interprétations de l'opérateur. •

un cube en trois dimensions - . À ce moment-là, plus le polygone comporte de côtés, plus la courbe qu'il décrit peut être compliquée (les sommets du polygone constituant les points de contrôle de la courbe). Définir numériquement une surface n'est guère plus difficile. J'ai repris une définition que l'on m'a enseignée voilà soixante et quelques années : une surface est le lieu géométrique d'une courbe qui se déplace en se déformant. On part donc de notre courbe, avec ses quatre points de contrôle. On détermine les trajectoires de chacun des points, qui doivent aboutir aux points de contrôle de la courbe finale. Chacune des trajectoires sera une courbe définie par un

franchissant des distances et surtout des interprétations de l'opérateur. •

Derrière cette analyse, on trouve tout de même une équation mathématique, issue de la transformation linéaire du cube dont nous parlions plus haut et qui s'écrit sous la forme suivante, pour une courbe de Bézier possédant d points de contrôle :

$$P(t) = \sum_{i=1}^d P_i B_{i,d}(t)$$

où $B_{i,d}$ est un polynôme de Bernstein défini par :

$$B_{i,d}(t) = C_i^d t^i (1-t)^{d-i}$$

avec

$$C_i^d = d! / (i!(d-i)!)$$

pour t variant de 0 à 1.

de Durant et les gens regardaient les courbes, très satisfaits. J'ai même enseigné ces fonctions au Conservatoire national des arts et métiers. On m'a encore demandé des nouvelles de Durant, voici trois ans chez General Motors... Plus sérieusement, la propriété intellectuelle sur ce travail devrait pourtant être partagée avec Paul de Casteljaou, dont je ne manque jamais de citer la contribution.

Il faut également évoquer les recherches, aux États-Unis, d'un mathématicien nommé Steve Kunz qui travaillait pour l'usine Ford. On lui avait posé le problème de la façon suivante : voilà la forme définitive d'une maquette de voiture. Cette dernière a été découpée verticalement, selon l'axe longitudinal (longueur de la voiture) et selon l'axe latéral (largeur de la voiture). Cela donne des couples qui se coupent à angle droit, en formant des carreaux et dont on connaît la forme. Votre problème, c'est de remplir le carreau, de donner tous les points intermédiaires de la surface une fois les courbes des couples définies mathématiquement, grâce à une approximation polynomiale.

Encore une fois, c'était un problème extrêmement limitatif : Paul de Casteljaou et Steve Kunz, deux mathématiciens de très grande valeur, avaient été bridés par un problème posé d'une façon trop partielle. Ma chance a été d'être libre de réfléchir à tout un ensemble, avec peut-être aussi cette différence que j'avais exercé beaucoup de métiers, comme « gadz'arts » (ingénieur des Arts et Métiers). Cela m'avait permis d'acquiescer sur la question une vue synthétique. Dès cette époque, j'étais persuadé que ces techniques allaient revêtir une grande importance, non seulement dans la CAO, mais aussi dans des domaines comme l'industrie du vêtement ou la création de mobilier. Je me souviens avoir remarqué, en 1962-63, que Walt Disney pourrait bien être particulièrement intéressé par ces possibilités nouvelles.

Déformer le monde...

Aujourd'hui, je continue à y réfléchir, en rencontrant des mathématiciens qui cherchent de nouvelles façons pour résoudre les mêmes questions. La différence vient de ce qu'ils trouvent, eux, de nouvelles approches. J'arrive à un âge où l'imagination se ralentit beaucoup. Pourtant, j'aime m'attarder sur ces idées de passage d'un espace à un autre. Les gens me disaient : ma planche à dessin est orthogonale et ma fraiseuse est aussi orthogonale. Entre les deux, débrouillez-vous. Et entre les deux, je peux utiliser un référentiel que je suis libre de déformer, y compris pour manipuler une surface.

L'idée est la même que tout à l'heure : pouvoir manipuler des objets en se plaçant dans un espace déformable, un espace dont on transforme le référentiel. Imaginer une tout autre façon de voir le monde et la clé qui vous ouvre la porte entre les deux, le monde réel orthonormé, et celui que vous aurez imaginé. C'est une matrice de transformation, comme celle qui transformait notre cube. •

Propos recueillis par Jean CASSAGNE